

I NUMERI INTERI RALATIVI

Con i numeri naturali non sempre è possibile eseguire l'operazione di sottrazione. In particolare, non è possibile sottrarre un numero più grande da un numero più piccolo, per esempio $5 - 12$. Ci sono situazioni che non possono essere rappresentate utilizzando i numeri naturali:

- Temperature sopra e sotto lo zero (si ricordi che lo 0°C indica la temperatura di fusione del ghiaccio): « la temperatura è scesa al 5° sotto lo zero;
- Alitudini sopra e sotto il livello del mare: « il relitto è stato trovato a 40 m sotto il livello del mare
- Bilanci in attivo e in passivo;
- Date prima e dopo Cristo
- Debiti/crediti

In un estratto conto bancario, nei movimenti contabili compaiono 4 colonne: Data, Valuta, Importo euro, Descrizione dell'operazione:

| Data | Valuta | Importo Euro | Operazione |
|------|--------|--------------|------------------|
| | | 130,00- | Assegno |
| | | 1360,00+ | Stipendio |
| | | 69,00- | Prelev. Bancomat |
| | | 882,00- | Assegno |
| | | 463,00+ | Bonifico |

Se osserviamo la terza colonna vediamo che alcuni numeri sono seguiti dal segno + , altri dal segno - .

Leggendo la descrizione dell' operazione relativa ad un numero con il segno + si può notare che questa è stipendio oppure bonifico; il numero riportato è un accredito che viene fatto sul conto, cioè una quantità da aggiungere al conto. Se invece leggiamo la descrizione dell' operazione relativa ad un numero con il segno - , puoi notare che abbiamo un assegno o un prelievo bancomat, cioè il numero riportato è un addebito che viene fatto sul conto, cioè una quantità da sottrarre al conto.

Come facciamo a determinare se il conto è in rosso?

- Ad olbia, il 20/10/2021 è stata registrata una temperatura Max di 25° e una temperatura Min di 15°.
Di quanto è stata l'Escursione termica?
- A Mosca si è registrata una temperatura Max di 15°C e la temperatura min di - 2°C.
Determina l'escursione termica.

“Numeri relativi” indica i numeri che hanno il segno (+ o -) e il loro insieme viene indicato con **Z**:

$$Z = \{ \dots -4; -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots \}$$

Indichiamo con Z^+ l'insieme degli interi positivi e con Z^- l'insieme degli interi negativi e con Z_{0^+} quello degli interi non negativi, ossia i positivi e lo zero.

Diciamo **opposti** i numeri con segno diverso ottenuti dallo stesso numero naturale.

Per esempio sono numeri opposti:

+ 21 e - 21 (la somma di numeri opposti è zero)

Il numero 0 può essere considerato opposto di se stesso.

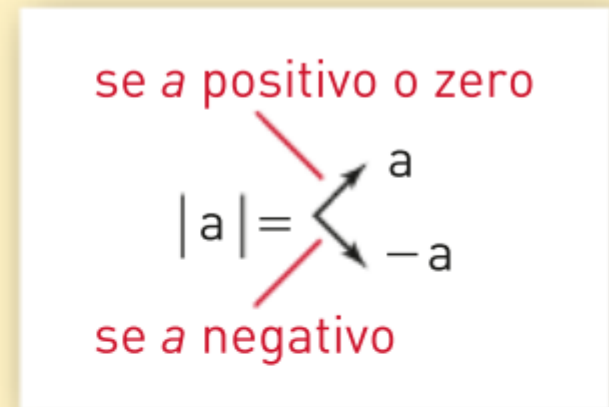
I numeri che hanno lo stesso segno si dicono **concordi**: - 3 e - 15 sono concordì

I numeri che hanno segno diverso si dicono **discordi**: - 3 e + 15 sono discordi.

DEFINIZIONE

Il **valore assoluto** o **modulo** di un numero intero è:

- il numero stesso, se è positivo o è zero;
- l'opposto del numero, se è negativo.

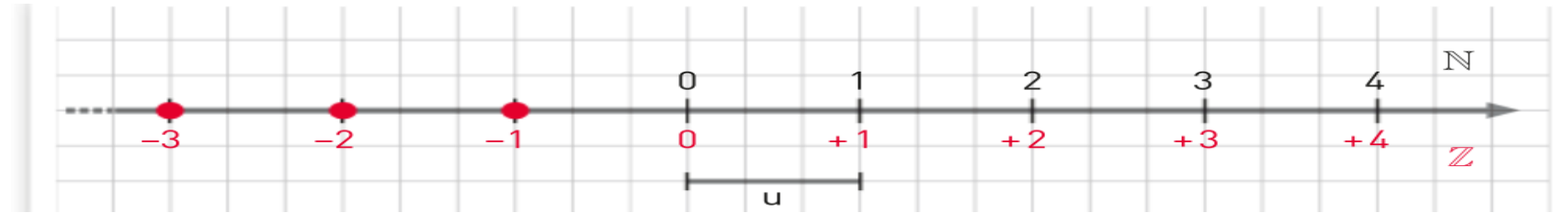


Indichiamo il valore assoluto di a con $|a|$.

Di solito, scriviamo il risultato del valore assoluto senza segno $+$, servendoci della corrispondenza creata con i numeri naturali. Per esempio:

$$|+5| = 5, \quad |0| = 0, \quad |-16| = 16.$$

La rappresentazione grafica e il confronto tra numeri relativi:



Rappresentare i numeri interi sulla retta dà la possibilità di visualizzare un ordinamento fra essi.

In generale:

- fra due numeri positivi, il maggiore è quello che ha valore assoluto maggiore;
- fra due numeri negativi, il maggiore è quello che ha valore assoluto minore;
- ogni numero positivo è sempre maggiore di ogni numero negativo;
- il numero 0 è maggiore di ogni numero negativo e minore di ogni numero positivo.

ESEMPIO: $+5 > +3$

$-7 < +2$

$-10 < -6$

$-2 > -3$

2 L'addizione e la sottrazione

→ Esercizi a p. 64

L'addizione

DEFINIZIONE

La **somma di due numeri concordi** è un numero che ha:

- per valore assoluto la somma fra i valori assoluti dei due numeri;
- per segno lo stesso dei due numeri.

ESEMPIO

$$(+4) + (+5) = +(4+5) = +9; \quad (-3) + (-7) = -(3+7) = -10.$$

Oppure, più in breve:

$$(+4) + (+5) = +4 + 5; \quad (-3) + (-7) = -3 - 7.$$

DEFINIZIONE

La **somma di due numeri discordi** è un numero che ha:

- per valore assoluto la differenza fra il maggiore e il minore dei valori assoluti;
- per segno quello del numero che ha valore assoluto maggiore.

ESEMPIO

$$(-12) + (+40) = +(40 - 12) = +28;$$

$$(-20) + (+4) = -(20 - 4) = -16.$$

Oppure, più in breve:

$$(-12) + (+40) = -12 + 40;$$

$$(-20) + (+4) = -20 + 4.$$

L'operazione di addizione è interna in \mathbb{Z} . Puoi verificare, inoltre, che anche per l'addizione fra interi valgono le proprietà commutativa e associativa, e che lo 0 è l'elemento neutro.

Abbiamo anche una nuova proprietà collegata all'esistenza dell'opposto di ogni numero: per ogni numero ne esiste un secondo (il suo opposto) tale che la loro somma è 0, ossia l'elemento neutro dell'addizione. Per esempio, $(-9) + (+9) = 0$.

■ La sottrazione

DEFINIZIONE

La differenza di due numeri interi è la somma del minuendo con l'opposto del sottraendo.

$$a - b = a + (-b)$$

ESEMPIO

$$(+14) - (+3) = (+14) + (-3) = +11;$$

$$(-4) - (-6) = (-4) + (+6) = +2.$$

Più in breve, eliminiamo le parentesi del sottraendo, cambiando il suo segno:

$$(+19) - (-4) = +19 + 4 = +23.$$

L'operazione di sottrazione è interna in \mathbb{Z} , mentre non lo è in \mathbb{N} . Per esempio, l'operazione $4 - 9$ non ha risultato in \mathbb{N} ; invece in \mathbb{Z} otteniamo: $4 - 9 = (+4) - (+9) = (+4) + (-9) = -5$.

Pertanto, nell'eseguire una sottrazione, non dobbiamo più porre la condizione che il minuendo sia maggiore o uguale al sottraendo. Poiché la sottrazione fra numeri interi è riconducibile all'addizione, in \mathbb{Z} possiamo considerare le due operazioni come una stessa operazione, l'addizione algebrica e chiamare il suo risultato somma algebrica.

Completa le seguenti addizioni algebriche:

● $(-3) + (-4) = \square$

● $(\square) + (-2) = +3$

● $(-6) - (-1) = \square$

● $(+4) + (\square) = 0$

● $(\square) - (+8) = -3$

● $(-6) - (\square) = -6$

● $(-12) - (\square) = -24$

● $(-4) - (\square) = +9$

● $(\square) - (-15) = 0$

► Semplifica la seguente espressione:

$$28 - (-15) - \{-(+2 - 6) - [-12 - (-19 + 13) - 4] + 54\} - (-47 + 25 - 8).$$

R. + 5