

MONOMIO = ESPRESSIONE ALGEBRICA IN CUI COMPAAONO SOLO **MOLTIPLICAZIONI** O **ELEVAMENTI A POTENZA** (CON ESPONENTE UN NUMERO NATURALE).

$-6a^2b^3$
Coefficiente parte letterale

RIDUZIONE DI UN MONOMIO A FORMA NORMALE → SIGNIFICA CHE IL MONOMIO SI PRESENTA COME IL PRODOTTO DI UN SOLO FATTORE NUMERICO E DI POTENZE LETTERALI CON BASI DIVERSE TRA LORO.

$2xy^3xyz$ → compaiono sia la x, sia la y più volte con esponenti diversi → $2x^2y^4z$ = ridotto in forma normale

GRADO DI UN MONOMIO →
a) **rispetto ad ogni lettera** → è l'esponente con cui la lettera si presenta
b) **complessivo** → è la somma degli esponenti delle lettere

es) $2x^2y^4z$ grado di x = 2; grado di y = 4 grado di z = 1 grado complessivo = 7 (2+4+1)

TIPI DI MONOMIO:

- **SIMILI** → hanno la stessa parte letterale es. +4ab -3ab
- **UGUALI** → hanno lo stesso coefficiente e la stessa parte letterale es. -5xy -5xy
- **OPPOSTI** → sono uguali ma con segno opposto es. +3ab -3ab

OPERAZIONI TRA MONOMI

SOMMA ALGEBRICA

La somma di due o più monomi simili è un monomio simile a quelli dati il cui coefficiente numerico è la somma algebrica dei coefficienti dei monomi dati.



$$3ab + 5ab - 9ab + 7ab - 2ab = (3 + 5 - 9 + 7 - 2)ab = +4ab$$

$$3xy - 6x^2 + 9xy - 10xy + 4x^2 = (3 + 9 - 10)xy + (-6 + 4)x^2 = +2xy - 2x^2$$

PRODOTTO TRA MONOMI:

Il prodotto di due o più monomi è il monomio che ha come coefficiente numerico il prodotto dei coefficienti dei monomi dati e la cui parte letterale si ottiene sommando gli esponenti delle lettere uguali.

$$(4x^2y^3) \cdot (3x^2y^4c^2) = (3 \cdot 4) (x^2 \cdot x^2) (y^3 \cdot y^4) c^2 = 12x^4y^7c^2$$

DIVISIONE TRA MONOMI:

La divisione tra due monomi è il monomio che ha come coefficiente numerico la divisione dei coefficienti dei monomi dati e la cui parte letterale si ottiene sottraendo gli esponenti delle lettere uguali.

$$(+10ab^3) : (-5b^2) = (+10) : (-5) a b^{3-2} = -2ab$$

$$\left(\frac{1}{2}x^5y^3z^2\right) : (2x^3y) = \frac{1}{4}x^{5-3}y^{3-1}z^{2-0} = \frac{1}{4}x^2y^2z^2$$

POTENZA DI UN MONOMIO:

Per calcolare la potenza con esponente n di un monomio:

- eleviamo a esponente n il suo coefficiente
- **moltiplichiamo per n** ognuno degli esponenti delle sue lettere

$$(-3x^2y)^3 = (-3)^3 (x^2)^3 (y^1)^3 = -27x^6y^3$$

$$\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 (x^2)^3 (y^3)^3 = -\frac{1}{8}x^{2 \cdot 3} \cdot y^{3 \cdot 3}$$

Esercizi sui monomi:

1) **Dati i seguenti monomi:** $3x^2y^3$ $4xy^2$ $5x^2y^3$

- indica quali monomi sono simili.....

- indica il grado complessivo di ogni monomio.....

- indica del primo monomio il grado rispetto ogni lettera.....

2) **Esegui le seguenti somme algebriche:**

a) $4xy - 5xy + 10xy + 2xy =$

b) $5a + 5xy - 6a + 10xy + a^2 =$

c) $3a^2b^3 + 5c - 10a^2b^3 + 20c =$

d) $6xy^2 + \frac{1}{3}xy^2 - \frac{1}{4}xy^2 - 6xy^2$.
.....

e) $6ab - \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{2}ab + 4a^2$;
.....

3) **Esegui il prodotto tra i seguenti monomi:**

a) $2x \cdot 4x^3 =$

b) $(-2ab)(+3a^2b^4) =$

a) $(-5x^3y^2)(-2xy^5) =$

b) $(4ab)(5xb^3) =$

$\frac{1}{3}xy(-9x^4y)$

4) **Esegui le seguenti divisioni tra monomi e potenze:**

a) $(10x^4y^6) : (5xy^4) =$

b) $\frac{3}{5}x^6y^5z^{10} : \left(-\frac{9}{20}x^2yz^5\right)$;

c) $(2x^3y^4)^4 =$

d) $(-3a^3b)^2, =$

POLINOMIO: SOMMA DI MONOMI NON SIMILI

OPERAZIONI POLINOMI:

ADDIZIONE

Per indicare l'addizione di due o più polinomi, per esempio fra

$$\underline{5a^2 - 3ab + b^2; \quad 7a^2 + 8ab + 3b^2; \quad -3a^2 + ab - 9b^2}$$

Ognuno di essi si scrive chiuso in parentesi, ponendo tra le parentesi il segno +:

$$\underline{(5a^2 - 3ab + b^2) + (7a^2 + 8ab + 3b^2) + (-3a^2 + ab - 9b^2)}$$

Per eseguire l'addizione eliminiamo la parentesi e riduciamo in termini simili:

$$\begin{aligned} & (5a^2 - 3ab + b^2) + (7a^2 + 8ab + 3b^2) + (-3a^2 + ab - 9b^2) = \\ & = 5a^2 - 3ab + b^2 + 7a^2 + 8ab + 3b^2 - 3a^2 + ab - 9b^2 = \\ & = (5 + 7 - 3)a^2 + (-3 + 8 + 1)ab + (1 + 3 - 9)b^2 = 9a^2 + 6ab - 5b^2 \end{aligned}$$

REGOLA :

La somma di due o più polinomi si ottiene scrivendo l'uno di seguito all'altro i loro termini, ciascuno con il proprio segno, e riducendo successivamente gli eventuali termini simili.

SOTTRAZIONE

Per indicare l'addizione di due o più polinomi, per esempio fra

$$\underline{5a^2 - 3ab + 7b^2 \quad \text{e} \quad -4a^2 - 6ab + 2b^2}$$

Scriviamo il minuendo e il sottraendo, chiusi in parentesi, separati dal segno - :

$$\underline{(5a^2 - 3ab + 7b^2) - (-4a^2 - 6ab + 2b^2)}$$

Per eseguire la sottrazione eliminiamo la parentesi e riduciamo in termini simili:

$$\begin{aligned} & (5a^2 - 3ab + 7b^2) - (-4a^2 - 6ab + 2b^2) = \\ & = 5a^2 - 3ab + 7b^2 + 4a^2 + 6ab - 2b^2 = \\ & = 9a^2 + 3ab + 5b^2 \end{aligned}$$

REGOLA :

La differenza tra due polinomi si ottiene scrivendo i termini del 1° polinomio, cioè del minuendo, con il proprio segno, seguiti dai termini, cambiati di segno, del 2° polinomio, cioè del sottraendo, e riducendo infine gli eventuali termini simili.

Esercizio 1: esegui le seguenti addizioni e sottrazioni tra polinomi:

Le parentesi devono essere tolte con la regola dei segni: se le parentesi sono precedute da segno positivo i termini mantengono lo stesso segno, se sono precedute da segno negativo i termini si riscrivono con segno cambiato)

$$1) (5b^2 - 2ab) + (b^2 + 3ab - 2a^2) + (10b^2 - 7ab) =$$


$$2) (10xy + 4a + 20b^3) + (10b^3 - 5a) - (-15xy + 8a - b^3) =$$

$$3) (25x^2 + 30x - 1) - (40x - 5x^2 + 8) =$$

$$4) (2a^2 + 3ab + b^2) + \left(\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{5}ab - \frac{1}{2}\right)$$

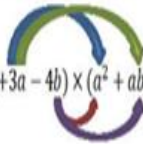
$$5) \left(\frac{3}{5}xy + \frac{4}{12}a^3 - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}xy + \frac{3}{18}a^3 - \frac{5}{4}\right) =$$

PRODOTTO DI UN MONOMIO PER UN POLINOMIO


$$(+2ab) \times (+3a - 4c) =$$
$$+6a^2b - 8abc$$


Bisogna moltiplicare il monomio per ciascun termine del polinomio. Il coefficiente sarà dato dal prodotto dei coefficienti e la parte letterale sarà data dal prodotto delle parti letterali

PRODOTTO DI UN POLINOMIO PER UN POLINOMIO


$$(+3a - 4b) \times (a^2 + ab) =$$
$$+3a^3 + 3a^2b - 4a^2b - 4ab^2$$

Bisogna moltiplicare ogni termine del primo polinomio per ciascun termine del secondo. Il coefficiente sarà dato dal prodotto dei coefficienti e la parte letterale sarà data dal prodotto delle parti letterali

DIVISIONE DI UN POLINOMIO PER UN MONOMIO


$$(+4a^2b - 6a^3b^2) : (+2ab) =$$
$$+2a - 3a^2b$$

Bisogna dividere ciascun termine del polinomio per il monomio. Il coefficiente sarà dato dalla divisione dei coefficienti e la parte letterale sarà data dalla divisione delle parti letterali

Esegui le seguenti operazioni tra polinomi:

a) $2x^3 (4ax + 3xy - 5x^4) =$

b) $(2x + 3y) (4x - 5y) =$

c) $(x - 1) (4x - 5) =$

d) $(3a - 2b) \cdot \frac{1}{3}ab =$

e) $(\frac{1}{2}x - 4)(\frac{3}{4}x + 5) =$

f) $2(x + 3) =$

1° caso**Il prodotto della somma di due monomi per la loro differenza**

Consideriamo il seguente prodotto tra due binomi, uno dei quali è la somma di due monomi a e b , mentre l'altro ne è la differenza:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Notiamo che il risultato è uguale al quadrato del primo monomio meno il quadrato del secondo monomio.

REGOLA :

Il prodotto della somma di due monomi per la loro differenza è uguale al quadrato del primo monomio meno il quadrato del secondo monomio.

REGOLA

Il prodotto della somma di due termini per la loro differenza è uguale alla differenza tra il quadrato del primo termine e il quadrato del secondo.

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

$$(x + 7y)(x - 7y) = x^2 - (7y)^2 = x^2 - 49y^2$$

$$\left(a^5 - \frac{2}{3}\right)\left(a^5 + \frac{2}{3}\right) = (a^5)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = a^{10} - \frac{4}{9}$$

se la differenza precede la somma, la regola non cambia, per la proprietà commutativa della moltiplicazione

ESEMPIO

Esempi:

$$(2x^2 + 3y) \cdot (2x^2 - 3y) = (2x^2)^2 - (3y)^2 = 4x^4 - 9y^2$$

$$\left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{6}y^3\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x - \frac{5}{6}y^3\right) = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - \left(\frac{5}{6}y^3\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - \frac{25}{36}y^6$$

2° caso**QUADRATO DI UN BINOMIO**

Calcoliamo il quadrato del binomio $(a + b)$ costituito dalla somma di due monomi.

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Calcoliamo ora il quadrato del binomio $(a - b)$ costituito dalla differenza di due monomi.

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - \underline{ab} - \underline{ab} + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

REGOLA :

Il quadrato della somma di due monomi è uguale al quadrato del primo monomio, più o meno il doppio prodotto del primo per il secondo monomio, più il quadrato del secondo monomio.

Esempi: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

- $(2a+b)(2a-b) = (2a)^2 - (b)^2 = 4a^2 - b^2$
- $(2a - 5b)(2a + 5b) = (2a)^2 - (5b)^2 = 4a^2 - 25b^2$
- $(3x^2+5y^3)(3x^2-5y^3) = (3x^2)^2 - (2y)^3 = 9x^4 - 4y^6$
- $(4a + b)(-4a + b) = (b)^2 - (4a)^2 = b^2 - 16a^2$
- $\left(\frac{2}{3}xy^3 + \frac{1}{5}a^2\right) \cdot \left(\frac{2}{3}xy^3 - \frac{1}{5}a^2\right) = \left(\frac{2}{3}xy^3\right)^2 - \left(\frac{1}{5}a^2\right)^2 = \frac{4}{9}x^2y^6 - \frac{1}{25}a^4$

Esempi: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

• $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 3y^2$

• $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(-3y) + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 3y^2$

• $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x^2\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}x^2\right)\left(\frac{3}{4}x\right) + \left(\frac{3}{4}x\right)^2 = \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{4}x^3 + \frac{9}{16}x^2$

Esercizio 1) Esegui i seguenti prodotti applicando quando possibile la formula

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

a) $(x + 3)(x - 4) =$

b) $(x + 5)(x - 5) =$

c) $(2x^3 - 5y^2)(2x^3 + 5y^2) =$

d) $(4a + 6x^4)(4a - 6x^4) =$

e) $(2x - 4y)(2x + 3y) =$

f) $\left(\frac{4}{3}x - \frac{5}{2}\right)\left(\frac{4}{3}x - \frac{5}{2}\right) =$

Esercizio 2) Esegui i seguenti quadrati di binomio (il risultato è un trinomio, cioè un polinomio costituito da tre termini): $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

a) $(x + 1)^2 =$

b) $(x - 1)^2 =$

c) $(3x + 4y)^2 =$

d) $(5x^2 + 3)^2 =$

e) $(a - 5b)^2 =$

f) $(x^3 + 4y^5)^2 =$

g) $\left(\frac{5}{4}x + \frac{1}{6}\right)^2 =$