Sistemi di disequazioni lineari in un'incognita:

Si dice **sistema di disequazioni lineari** in un'incognita **l'insieme di due o più disequazioni** di **primo grado** nella stessa incognita x.

Risolvere un sistema di disequazioni significa trovare le **soluzioni comuni** a tutte le disequazioni del sistema, cioè gli intervalli di valori che verificano **contemporaneamente** tutte le disequazioni del sistema.

Per rappresentare dei sistemi si usa una parentesi graffa per legare assieme le disequazioni:

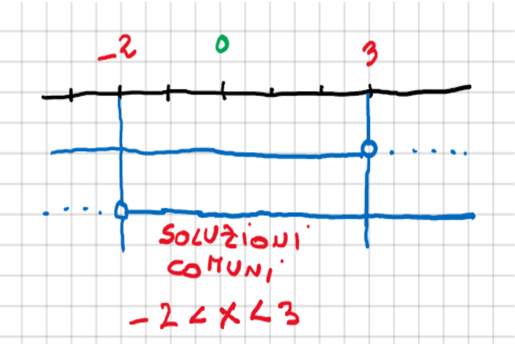
Esempio. Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} 3x-1<x+5 \\ 1-x>-2x-1 \end{cases}$$

Risolviamo le due disequazioni: trasportiamo tutti i termini nel primo membro e riduciamo i termini simili:

$$\begin{cases} 3x-1-x-5<0 \\ 1-x+2x+1>0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-6<0 \\ x+2>0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x<6 \\ x>-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{2x}{2}<\frac{6}{2} \\ x>-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<3 \\ x>-2 \end{cases}$$

Quindi, la I disequazione del sistema ha soluzioni: **x < 3**
La II disequazione del sistema ha soluzioni: **x > − 2**
Costruiamo il grafico: rappresentiamo le soluzioni delle due disequazioni su due rette parallele: in ciascuna retta la linea continua indica i valori di x che sono soluzioni, mentre la linea tratteggiata indica i valori di x che non sono soluzioni delle singole disequazioni.
Sono **soluzioni del sistema delle due disequazioni** gli intervalli di valori che verificano contemporaneamente le due disequazioni, ovvero dove abbiamo per tutte e due la linea continua:



Le due disequazioni del sistema sono verificate contemporaneamente per valori compresi tra – 2 e +3: − 2 < x < + 3. L'insieme delle soluzioni del sistema è l'intervallo: (- 2; +3).

E' l'intervallo per il quale entrambe hanno la linea continua.

Altri esempi:

vedi esercizio video:

https://web.microsoftstream.com/video/d93145f6-81ee-416d-b9d1-339b947dcd75

Risoluzione di sistemi di disequazioni lineari

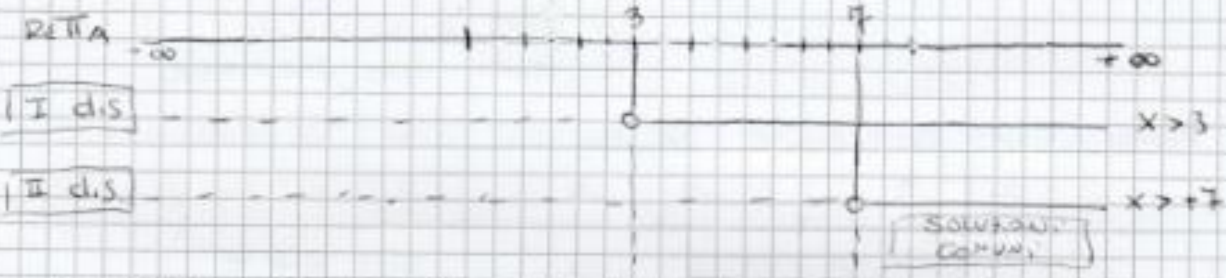
1) $\begin{cases} x - 3 > 0 \\ x - 7 > 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x > +3 \\ x > +7 \end{cases}$

← soluzioni I disequazione

← soluzioni II disequazione

↑ si risolvono le due disequazioni del sistema mantenendo la parentesi graffe

Si rappresentano graficamente le soluzioni delle disequazioni:



i numeri 3 e 7 dividono la retta in tre intervalli: $x < 3$ tutti i numeri più piccoli di 3

$3 < x < 7$ numeri compresi tra 3 e 7

$x > 7$ numeri più grandi di 7

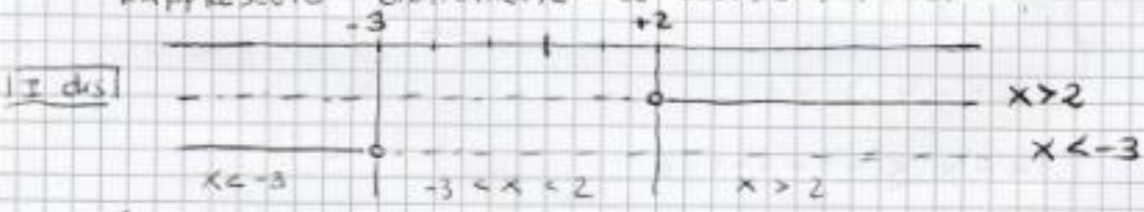
Se si guarda il grafico delle soluzioni, l'intervallo delle soluzioni comuni è $x > 7$, dove per tutte e due le disequazioni del sistema c'è la linea continua.

Quindi, la soluzione del sistema è $x > 7$, ossia $(7; +\infty)$

2) $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 3 < 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x > +2 \\ x < -3 \end{cases}$

↑ risolvo le disequazioni del sistema

Rappresento graficamente le soluzioni:



Non ci sono intervalli comuni di soluzioni, non esistono valori di x per cui le due disequazioni sono verificate contemporaneamente. Il sistema è impossibile, non ha soluzioni

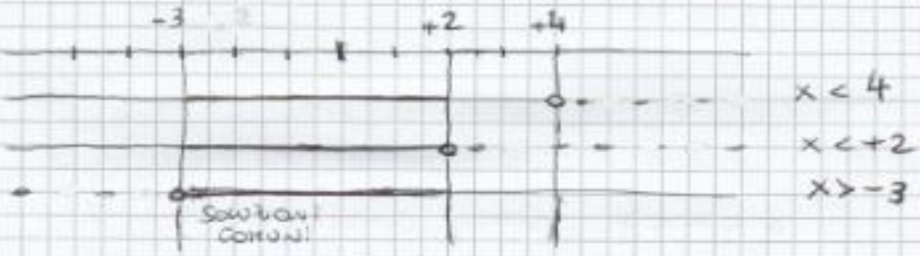
3) UN SISTEMA PUÒ AVERE ANCHE PIÙ DI DUE EQUAZIONI.
RISOLVIAMO IL SEGUENTE SISTEMA COSTITUITO DA TRE DISEQUAZIONI:

$$\begin{cases} x-4<0 \\ 2-x>0 \\ x+3>0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x<+4 \\ -x>-2 \\ x>-3 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x<+4 \\ x<+2 \\ x>-3 \end{cases}$$

RISOLVIAMO LE TRE DISEQUAZIONI

NELLA II DISEQUAZIONE ABBIAMO LA X NEGATIVA, $-x>-2$ SI CAMBIA TUTTO DI SEGNO E SI INVERTE IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE

RAPPRESENTIAMO GRAFICAMENTE LE SOLUZIONI DELLE TRE DISEQUAZIONI:



OSSERVANDO IL GRAFICO NOTIAMO CHE LE DISEQUAZIONI SONO VERIFICATE CONTEMPORANEAMENTE (OSSIA HANNO TUTTE E TRE LA LINEA CONTINUA NELL'INTERVALLO DI NUMERI COMPRESI TRA DUE E TRE:

LA SOLUZIONE È $-3<x<2$ OVVERO $(-3;2)$

4) $$\begin{cases} \frac{x+3}{2} - \frac{2}{3} \le \frac{x-1}{6} - 1 & \text{I disequazione} \\ 2\cdot(x-2) > x+1 & \text{II disequazione} \end{cases}$$

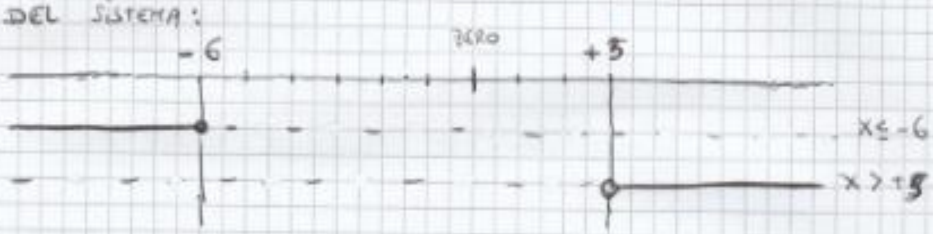
RISOLVIAMO OGNUNA DELLE DISEQUAZIONI DEL SISTEMA:

① $$\begin{cases} \frac{3x+9-4}{\cancel{6}} \le \frac{x-1-6}{\cancel{6}} \\ 2x-4>x+1 \end{cases} \longrightarrow$$ ② $$\begin{cases} 3x+9-4 \le x-1-6 \\ 2x-4>x+1 \end{cases}$$

③ $$\begin{cases} 3x-x \le -9+4-1-6 \\ 2x-x>+4+1 \end{cases} \rightarrow$$ ④ $$\begin{cases} \frac{2x}{2} \le -\frac{12}{2} \\ x>+5 \end{cases} \rightarrow$$

→ 5 $\begin{cases} x \leq -6 \\ x > +5 \end{cases}$

RAPPRESENTIAMO GRAFICAMENTE LE SOLUZIONI DELLE DISEQUAZIONI DEL SISTEMA:

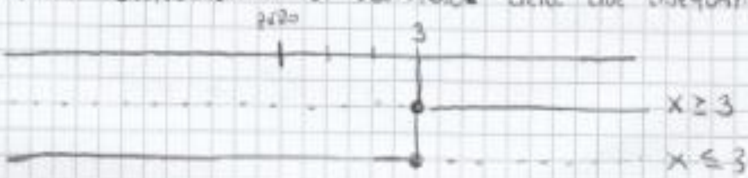


NON CI SONO INTERVALLI IN CUI LE DISEQUAZIONI SONO VERIFICATE, IL SISTEMA E' IMPOSSIBILE, NON HA SOLUZIONI

5) $\begin{cases} 2x - 6 \geq 0 \\ 3x - 9 \leq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{RISOLVO}]{} \text{I} \begin{cases} \frac{2x}{2} \geq \frac{6}{2} \\ \frac{3x}{3} \leq \frac{9}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases}$

CIASCUNA DELLE DUE DISEQUAZIONI

RAPPRESENTIAMO GRAFICAMENTE LE SOLUZIONI DELLE DUE DISEQUAZIONI:



OSSERVANDO IL GRAFICO LE DUE DISEQUAZIONI HANNO IN COMUNE COME SOLUZIONE IL NUMERO 3.

QUINDI, CONCLUDIAMO CHE L'UNICA SOLUZIONE DEL SISTEMA E' IL NUMERO $x = 3$.